МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО НАУКЕ, ТЕХНОЛОШКОГ РАЗВОЈА И ИНОВАЦИЈА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
РЕГИОНАЛНИ ЦЕНТРИ ЗА ТАЛЕНТЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ТАЛЕНТОВАНИХ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, ПО НАУЧНИМ ОБЛАСТИМА И НАСТАВНИМ ПРЕДМЕТИМА, РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ,
18. АПРИЛ 2026.

Р Е Ш Е Њ А И К Љ У Ч Т Е С Т А И З М А Т Е М А Т И К Е

СРЕДЊА ШКОЛА, ЧЕТВРТИ РАЗРЕД

Тест урадила: Марина Јеленковић, дипломирани математичар
Рецензент: Биљана Стојаковић, професор МШ``Стевица Јовановић``, Панчево

Решења и кључ теста из МАТЕМАТИКЕ за четврти разред средње школе
18. април 2026. године

1. Ако је $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(3x-8) - \log_{\frac{1}{2}}(x^2-4)}$, онда је домен функције $f(x)$ подскуп скупа:

А) $(-\infty, 4)$ Б) $(2,4)$ В) $\left(\frac{8}{3}, 4\right)$ Г) $(2, +\infty)$

РЕШЕЊЕ: $(1) 3x-8>0 \ \wedge (2) x^2-4>0 \wedge (3) \log_{\frac{1}{2}}(3x-8) - \log_{\frac{1}{2}}(x^2-4) \geq 0$

$(1) x > \frac{8}{3} \wedge (2) x \in (-\infty,-2) \cup (2,\infty) \ \wedge (3) \frac{3x-8}{x^2-4} \leq 1$. Решавамо (3) : $\frac{-x^2+3x-4}{x^2-4} \leq 0, -x^2+3x-4<0$ за $x \in R$, закључујемо да је $x^2-4>0, (3)\ x \in (-\infty,-2) \cup (2,\infty)$. $(1) \cap (2) \cap (3)$ одређује решење $x \in \left(\frac{8}{3}, +\infty\right)$ **Решење је Г**

2. Функција $y = (x^2+4x-5) \cdot ln(3-x^2)$ је негативна за свако x из интервала:

А) $\left(-\infty, -\sqrt{3}\right)$ Б) $\left(-\sqrt{3}, -\sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2}, \sqrt{3}\right)$ В) $\left(-\sqrt{2}, 1\right) \cup \left(\sqrt{2}, \sqrt{3}\right)$ Г) $\left(\sqrt{3}, \infty\right)$

РЕШЕЊЕ: Домен функције је $x \in \left(-\sqrt{3}, \sqrt{3}\right)$. $x^2+4x-5>0$ за $x \in (-\infty,-5) \cup (1,\infty)$ и $x^2+4x-5<0$ за $x \in (-5,1)$. $ln(3-x^2)>0$, $3-x^2>1$ за $x \in \left(-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right)$; $ln(3-x^2)<0$, $3-x^2<1$ за $x \in \left(-\sqrt{3}, -\sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2}, \sqrt{3}\right)$. Решење је $x \in \left(-\sqrt{2}, 1\right) \cup \left(\sqrt{2}, \sqrt{3}\right)$ **Решење је В)**

3. Гранична вредност $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}$ припада интервалу:

А) $(-3,-1)$ Б) $[-1,0)$ В) $[0,3)$ Г) $[3,13)$

РЕШЕЊЕ:

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt[3]{x}^2+\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x}^2+\sqrt[3]{x}+1} = \lim_{x\to 1} \frac{x-1}{(\sqrt{x}-1)\left(\sqrt[3]{x}^2+\sqrt[3]{x}+1\right)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt[3]{x}^2+\sqrt[3]{x}+1} = \frac{2}{3}$$ **Решење је В)**

4. За функцију $y = \ln\frac{1}{1+x}$ је тачна једнакост:

А) $yy' - x = 1$ Б) $y' = 1 - e^y$ В) $\frac{y'}{x} = \mathrm{e}^y$ Г) $xy' + 1 = e^y$

РЕШЕЊЕ: Одредимо $y' = \frac{1}{\frac{1}{1+x}} \cdot \frac{-1}{(1+x)^2} = -\frac{1}{1+x}$. Провером задатих једнакости закључујемо да је тачна једнакост $xy'+1 = e^y$ **Решење је Г**

5. Тачка $M(-\frac{1}{2}, y)$ је превојна тачка функције $y = \frac{2x-m}{(x-1)^2}$, ако параметар m припада скупу:

А) $(-\infty,-5)$ Б) $[-5,1)$ В) $[1,4)$ Г) $[4,7)$

РЕШЕЊЕ: Одређујемо y''; $y' = \frac{2(x-1)^2-(2x-m)2(x-1)}{(x-1)^4} = \frac{-2x-2+2m}{(x-1)^3}$; $y'' = \frac{-2(x-1)^3-(-2x-2+2m)3(x-1)^2}{(x-1)^6} = \frac{4x+8-6m}{(x-1)^4}$; Да би тачка $M(-\frac{1}{2}, y)$ била превојна тачка, $y''=0$; $4x+8-6m=0, x = \frac{6m-8}{4}$; $\frac{6m-8}{4} = -\frac{1}{2}$

$m = 1$ **Решење је В**

6. Ако је $F'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ и $F(0) = -2$, онда је производ решења једначине $F(x) = 0$ једнак:

А) -8 Б) -4 В) 4 Г) 8

РЕШЕЊЕ: Функцију $F(x)$ одређујемо решавањем интеграла $F(x) = \int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$ методом замене.

$1+x^2 = t, xdx = \frac{1}{2}dt$; $F(x) = \frac{1}{2}\int t^{-\frac{1}{2}} dt = t^{\frac{1}{2}} + C = \sqrt{1+x^2} + C$. Из услова $F(0) = -2$, $C = -3$

$F(x) = \sqrt{1+x^2} - 3,\ x \in R$. Решавањем једначине $\sqrt{1+x^2} - 3 = 0$ добијамо $x_1 = -2\sqrt{2}, x_2 = 2\sqrt{2}$

$x_1 \cdot x_2 = -8$ **Решење је А**

7. Све нуле функције $f(x) = 2\int_0^x \frac{t-2}{t^2-4t+8} dt$ припадају интервалу:

   А) $(-\infty, -1)$ Б) $(-1,6)$ В) $(6,12)$ Г) $(12, \infty)$

РЕШЕЊЕ: Функцију $f(x)$ одређујемо решевањем интеграла $2\int_0^x \frac{t-2}{t^2-4t+8} dt$ методом замене.

$t^2 - 4t + 8 = p;\ (2t-4)dt = dp;\ (t-2)dt = \frac{dp}{2};\ 2\int_0^x \frac{t-2}{t^2-4t+8} dt = \int_a^b \frac{dp}{p} = ln|p|_a^b = ln|t^2 - 4t + 8|_0^x$

$= ln|x^2 - 4x + 8| - ln8 = ln\frac{x^2-4x+8}{8};\ f(x) = ln\frac{x^2-4x+8}{8}, x \in R;\ f(x) = 0, \frac{x^2-4x+8}{8} = 1;\ x_1 = 0, x_2 = 4$

Решење је Б

8. Функција $\mathrm{y} = \mathrm{a}\mathrm{x}^3 + b\mathrm{x}^2 + \mathrm{cx} + \mathrm{d}$ има превојну тачку у координатном почетку и минимум у тачки са апсцисом 3. Тангента у превојној тачки има коефицијент правца -1. Вредност израза $9\mathrm{a} - 2\mathrm{b} + 3\mathrm{c} - \mathrm{d}$ је једнака:

   А) $-\frac{8}{3}$ Б) $-\frac{2}{3}$ В) $\frac{5}{2}$ Г) $\frac{7}{3}$

РЕШЕЊЕ: Одређујемо y' и y''. $y' = 3ax^2 + 2bx + c;\ y'' = 6ax + 2b$. Превојна тачка је $(0,0)$;

$6\mathrm{ax} + 2b = 0; \mathrm{x} = -\frac{2\mathrm{b}}{6\mathrm{a}}$; $\mathrm{x} = 0$ за $\mathrm{b} = 0$ (1) и $\mathrm{y}_{(0)} = 0$ за $\mathrm{c} = 0$ (2) . По услови задатка минимум је за $\mathrm{x} = 3, \mathrm{y'}_{(3)} = 0$; $27\mathrm{a} + 6\mathrm{b} + \mathrm{c} = 0$ (3). Тангента у тачки $(0,0)$ има коефицијент правца -1,

значи $\mathrm{k_t} = \mathrm{y'}_{(0)} = \mathrm{c},\ \mathrm{c} = -1$ (4) . Из $(1), (2), (3)$и (4) добијамо $\mathrm{a} = \frac{1}{27}$. Вредност израза $9\mathrm{a} - 2\mathrm{b} + 3\mathrm{c} - \mathrm{d} = -\frac{8}{3}$. **Решење је А**

9. Површина фигуре ограничане линијама $y = \frac{x^2}{2}$ и $y = \frac{1}{1+x^2}$ је:

   А) $\frac{4}{3} - \frac{\pi}{3}$ Б) $\frac{\pi}{3} - 1$ В) $\frac{\pi}{4} - \frac{3}{3}$ Г) $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$

РЕШЕЊЕ: Пресек линија $y = \frac{x^2}{2}$ и $y = \frac{1}{1+x^2}$ добијамо решавањем система, $x_1 = -1, x_2 = 1$

Тражена површина је $P = \int_{-1}^1 \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{x^2}{2}\right) dx = 2\int_0^1 \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{x^2}{2}\right) dx = 2arctgx \mid_0^1 - \frac{x^3}{3} \mid_0^1 = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$

Решење је Г

10. Ако је број варијација без понављања од n елемената k – те класе једнак 24 и број комбинација без понављања од од n елемената k – те класе једнак 4, онда је број пермутација без понављања од $2n - k$ елемената једнак:

   А) 6 Б) 24 В) 120 Г) 720

РЕШЕЊЕ: $n(n-1) \cdot\cdots\cdot (n-k+1) = 24;\ \frac{n(n-1)\cdot\cdots\cdot(n-k+1)}{k!} = 4$; заменом добијамо $\frac{24}{k!} = 4, k! = 6$, $k = 3$. Заменом $\frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 4;\ n^3 - 3n^2 + 2n - 24 = 0,\ n = 4$ је нула полинома и добијамо $(n-4)(n^2 + n + 6) = 0$. Закључујемо да је $n = 4$. $2n - k = 8 - 3 = 5. P(2n-k) = P(5) = 120$

Решење је В

Кључ теста из МАТЕМАТИКЕ за IV разред средње школе
18. април 2026.

БРОЈ ЗАДАТКА	ОДГОВОРИ			
1.	А	Б	В	**Г**
2.	А	Б	**В**	Г
3.	А	Б	**В**	Г
4.	А	Б	В	**Г**
5.	А	Б	**В**	Г
6.	**А**	Б	В	Г
7.	А	**Б**	В	Г
8.	**А**	Б	В	Г
9.	А	Б	В	**Г**
10.	А	Б	**В**	Г